

WebLesson : # 9

RC 部材の終局変位と靱性評価

地震時における鉄筋コンクリート部材は、複雑な繰返し挙動を呈するが、耐震設計に際しては、終局変位もしくは部材靱性率の評価が必要となる。ここでは、RC 橋脚を対象として、終局変位の考え方について述べるとともに、部材靱性率の評価方法について説明したい。とくに、変位靱性率については数値シミュレーションにより考察した。最後に、応答塑性率による耐震設計の基本的な手順を示した。

Key Word : 終局変位, 変位靱性率, RC 橋脚, 応答塑性率

1. RC柱部材の終局変位

曲げ変形 δ_u は、基部（最大曲げモーメント位置）にて降伏した後は、ヒンジ部における塑性回転成分を含むことになるので、次式のように考える（図1）,

$$\delta_u = \text{降伏曲率までの変形} \delta_y + \text{ヒンジ部の塑性変位} \delta_p \quad (1)$$

この2成分 δ_y , δ_p は次のように整理できる.

$$\begin{aligned} \delta_y &= \int_0^L \phi(x) dx \cong \text{曲率分布の面積} \times \text{重心位置までの距離} \\ &= \left(\frac{\phi_y L}{2}\right) \cdot \left(\frac{2L}{3}\right) = \frac{1}{3} L^2 \phi_y \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \delta_p &= \int_{L-L_p}^L \{\phi_u(x) - \phi_y(x)\} x dx \cong \text{基部の回転角} \times \text{塑性ヒンジ重心までの距離} \\ &= \theta_p \left(L - \frac{1}{2} L_p\right) = (\phi_u - \phi_y) L_p \left(L - \frac{1}{2} L_p\right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 ϕ_y , ϕ_u , ϕ_p = 降伏時, 終局時, 塑性曲率. $\phi_p = \phi_u - \phi_y$

$\theta_p (= \phi_p \cdot L_p)$ = 塑性ヒンジ領域の回転角, L_p = 等価塑性ヒンジ長さ

2成分 δ_y , δ_p に対する式(2)と式(3)の最終項は、設計計算用の近似式としてよく用いられている. ここで、塑性ヒンジによる基部回転角を $\theta_p = \phi_p \cdot L_p$ のように考えるもので、例えば、鉄道構造物等設計標準（略称、鉄道標準）[1]の算定方法を例示する.

これは、上記式(3)を鉄道標準の記号に書直すと、終局時の部材変位 δ_{np} （塑性ヒンジによる変位）が次式にて表示される.

$$\delta_{np} = \theta_{pn} \left(L_a - \frac{1}{2} L_p\right) \quad (4)$$

ここで、塑性ヒンジによる回転角 θ_{pn} は、具体的に下式にて算出される.

$$\text{終局時 (N点) の塑性ヒンジによる回転角: } \theta_{pn} = \theta_{pm} + \Delta\theta_p \quad (5-1)$$

$$\text{最大耐力時 (M点) の回転角: } \theta_{pm} = \frac{0.021k_{w0}P_w + 0.013}{0.79p_t + 0.153} \quad (5-2)$$

$$\text{N点 M点までの回転角の増分: } \Delta\theta_p = K_p(M_y - M_m), K_p = -0.1/M_m \quad (5-3)$$

ここで、 L_a = せん断スパン, L_p = 等価塑性ヒンジ長, M_y = 降伏時の曲げモーメント, M_m = 最大曲げモーメント, p_w , p_t , k_{w0} = 帯鉄筋比(%), 引張鉄筋比(%), 帯鉄筋強度を考慮する係数

一方、等価塑性ヒンジ長さは、いくつかの実験式が提案されており、通例、断面高さの1~0.5倍程度となるが、次式のような提案式がよく知られている.

$$\text{Priestley et al. : } L_p = 0.08L + 0.022d_s f_y \quad 0.044d_s f_y \quad (6-1)$$

$$\text{道路橋示方書 : } L_p = 0.2h - 0.1D, 0.1D \leq L_p \leq 0.5D \quad (6-2)$$

ここで、 L 、 h = 部材高さ、 D = 断面の径、 f_y = 軸方向筋の降伏強度、 d_s = 軸方向筋の直径である。
式(6-1)は、第1項が柱本体の塑性ヒンジの長さを示し(部材高さの0.08倍)、第2項は軸方向筋の基礎部への貫入(tensile strain penetration)による影響を表している(軸方向筋の降伏強度と直径に比例)。

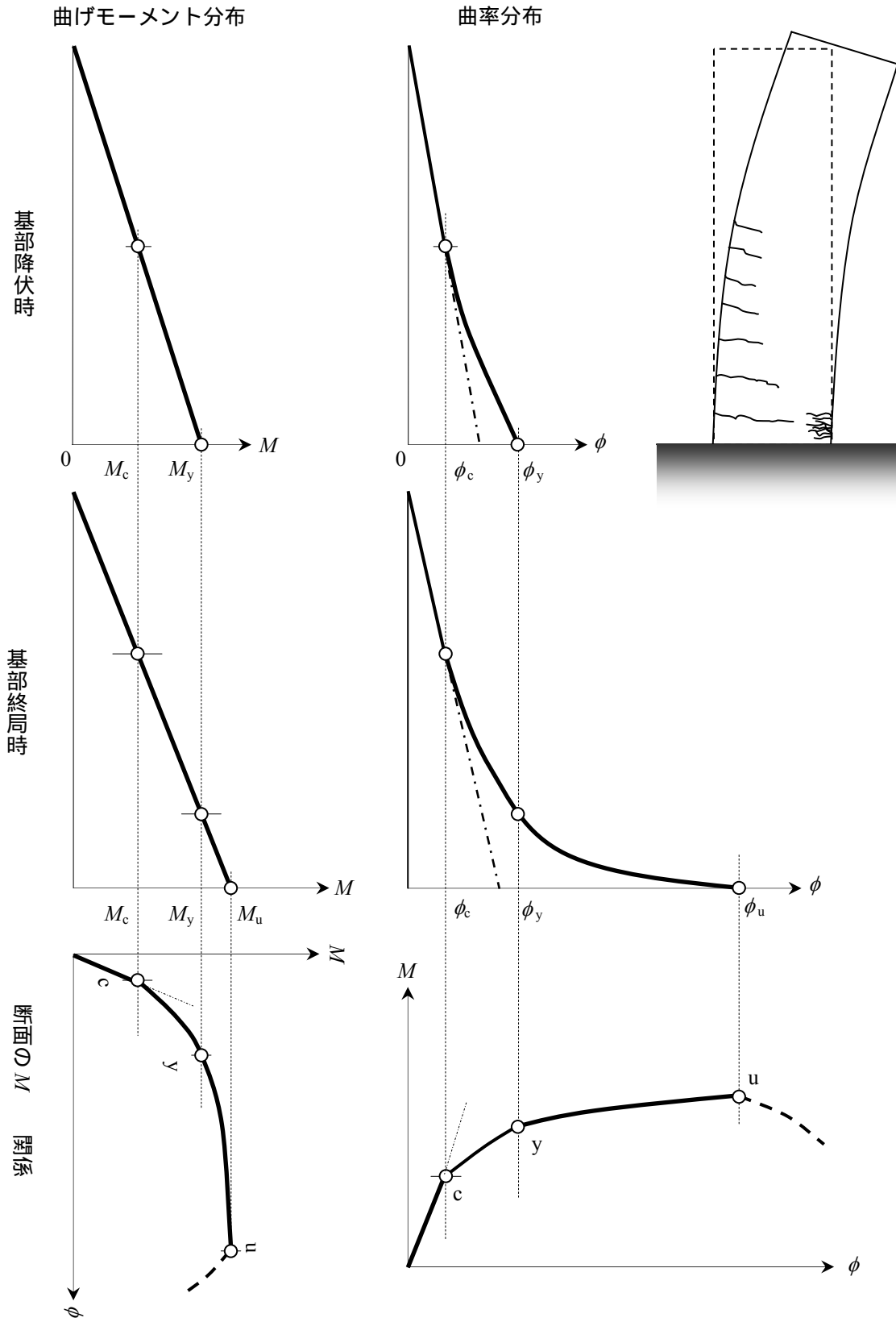


図1 柱部材の曲げモーメント分布と曲率分布

2. 曲率靱性率と変位靱性率の算出

断面靱性と部材靱性とは、初期の降伏以降、耐荷力を保持しながら変形に追従する能力を示すものである。ここでは、終局時の変形（下添え字 u : ultimate）を軸方向鉄筋降伏時（添え字 y : yield）について除した（正規化した）ものを靱性率(ductility factor)と称し、基準となる変位置によって、次の3つが定義される。

$$\text{曲率靱性率: } \mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y}, \text{ 回転角靱性率: } \mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y}, \text{ 変位靱性率: } \mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_y} \quad (7)$$

RC単柱の場合、 $\mu_\phi > \mu_\delta$ となることが多い。

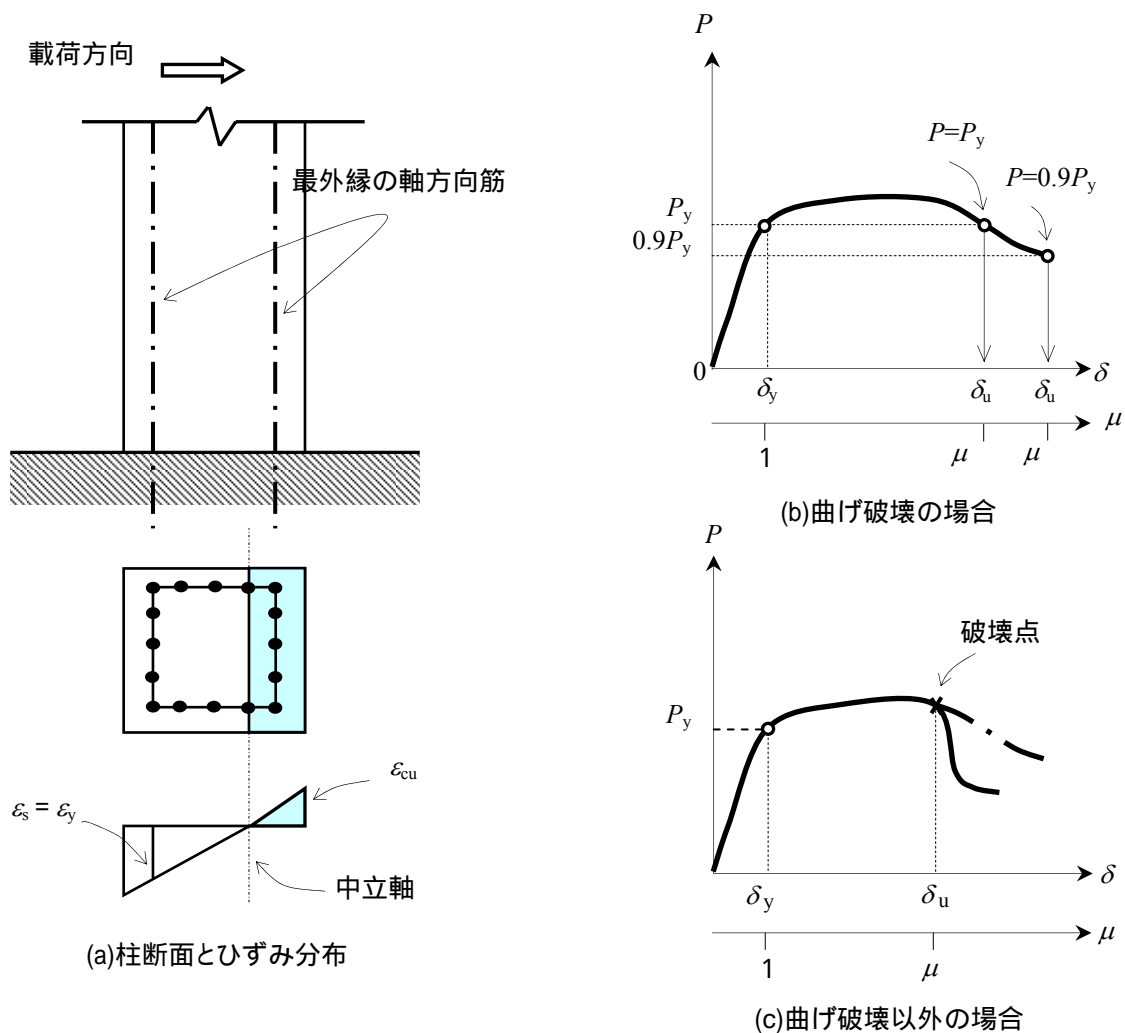


図2 部材の P - δ 曲線と降伏変位/終局変位の定義

ここで、変位靱性率を例にとり、その分子 δ_y と分母 δ_u の定義を図2によって例示したい。すなわち、 δ_y ：引張鉄筋が最初に降伏したときの変位（柱断面は数段の軸方向筋が配されるが、通例、引張側の最外縁の鉄筋を用いる）。 δ_u ：曲げ破壊の場合、圧縮側最外縁のコンクリートひずみが終局ひずみに達した場合をもって、曲げ終局状態することが多いが、圧縮側最外縁の鉄筋位置におけるコンクリートひずみを用いることもある（図2(a)）。

このような定義とは別に、部材の P - δ 曲線（包絡線）の様子から、靱性を定義することも多い。例えば、曲げ破壊の場合では、初期降伏時変位 δ_y のときの荷重 P_y を、その後の荷重履歴の過程で下回る（もしくは、その90%を下回る）時点をもって、終局とすることも工学的な方法として用いられる（図2(b)）。また、せん断破壊、鉄筋の座屈など、唐突な破壊（accidental failure）、想定していない早期の破壊（premature failure）が生じれば、その時点にて終局であることは言うまでもない（図2(c)）。

このような変位靱性率を具体的に求めると、前述の算定結果、式(2)、(3)を用いて、次式にて表される。

$$\mu_{\delta} = \frac{\delta_u}{\delta_y} = \frac{\delta_y + \delta_p}{\delta_y} = 1 + \frac{\delta_p}{\delta_y} = 1 + 3(\mu_{\phi} - 1) \frac{L_p}{L} (1 - 0.5 \frac{L_p}{L}) \quad (8-1)$$

降伏耐力 M_y から終局耐力 M_u までに増加があるときは、下式にて修正される。

$$\mu_{\delta} = \frac{M_u}{M_y} + 3(\mu_{\phi} - 1) \frac{L_p}{L} (1 - 0.5 \frac{L_p}{L}) \quad (8-2)$$

これら式(8)は、曲率靱性率 μ_{ϕ} から変位靱性率 μ_{δ} を算出するものであるが、耐震設計に際しては、逆に要求靱性率（変位靱性率）からこれを満たす曲率靱性率 μ_{ϕ} を求めることになり、断面設計での要求性能の一つとなる。これは、例えば、式(8-2)を書き換えて、次のように表現できる。

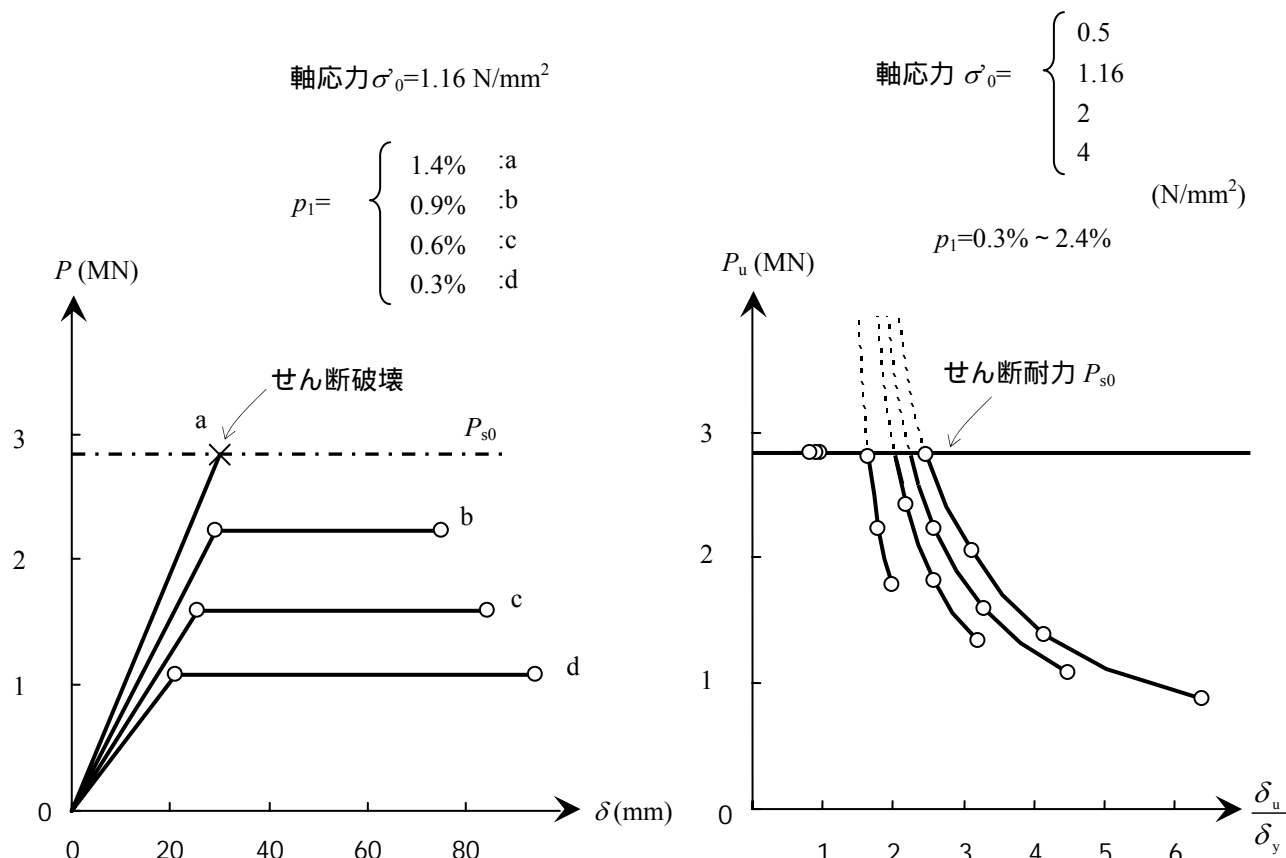
$$\mu_{\phi} = 1 + \frac{\mu_{\delta} - \frac{M_u}{M_y}}{3 \frac{L_p}{L} (1 - \frac{L_p}{L})} \quad (9)$$

この場合、部材靱性率 μ_{δ} を必要靱性率(ductility demand)と置き換えて、右辺の諸量を代入して、曲率靱性率 μ_{ϕ} を求解し、これを満足する断面設計を行うものである。

3. 既設橋脚の靱性評価：道路橋 T 型単柱橋脚

最後に、既設の鉄筋コンクリート橋脚を対象として、1 質点系にモデル化し、 $P-\delta$ 関係、靱性評価（部材靱性率）などを試算してみよう。そこで、T 型単柱式橋脚（図 3 の右下部に構造諸元を示した）を基準モデル[2]として採用した（本橋脚は昭和 55 年に設計されたもので、現在の耐震基準を満足しないものである）。

ここでは、基準モデルに対して、軸応力 σ_0 、主鉄筋比（引張鉄筋比） p_1 、帯鉄筋 ρ_s をパラメータとして追加し、合計 72 ケースのパラメトリックシミュレーションを実施し、図 3 と図 4 に図化した。



	P_{s0} (MN)	P_u (MN)	曲げせん断 耐力比	靱性率 μ
a	2.83	2.97	0.95	0.95
b		2.23	1.27	2.6
c		1.59	1.78	3.3
d		1.09	2.60	4.5

計算条件：道示 V（タイプ 2 地震）による

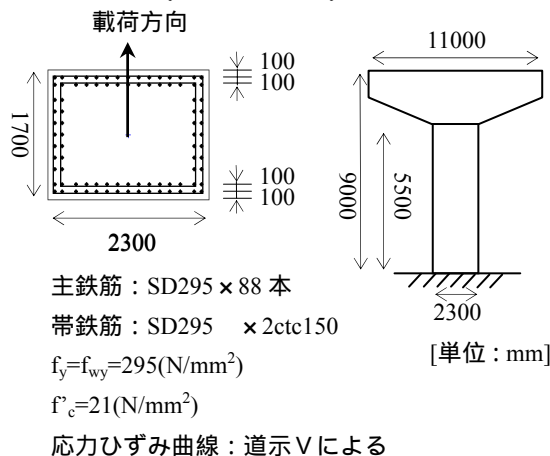


図 3 既設橋脚（道路橋 T 型単柱橋脚）の $P-\delta$ 関係と最大耐力/保有靱性

- ・ 図 3/左図：橋脚の荷重～変形関係（主鉄筋 p_1 をパラメータ）
 主鉄筋 p_1 の増大とともに、初期剛性と耐力は上昇する。降伏時変位 δ_y は若干増加するが、最大変位

は δ_u 減少し、従って変位靱性率 $\mu (= \delta_y / \delta_u)$ 減少する。また、過大な主鉄筋の場合（ケース a）ではせん断破壊となり、靱性率は1を下回る（これらの数値結果は、左下の表に示している）。

- ・ 図3/右図：部材靱性率 μ と最大荷重 P_u との関係（軸応力 σ_0 をパラメータ）：
主鉄筋 p_1 の大小により、最大耐力が大きいと靱性率は減少、最大耐力が小さいと靱性率は増加する（これは‘低耐力高靱性/高耐力低靱性’を数値シミュレーションにて、再現したものである）。

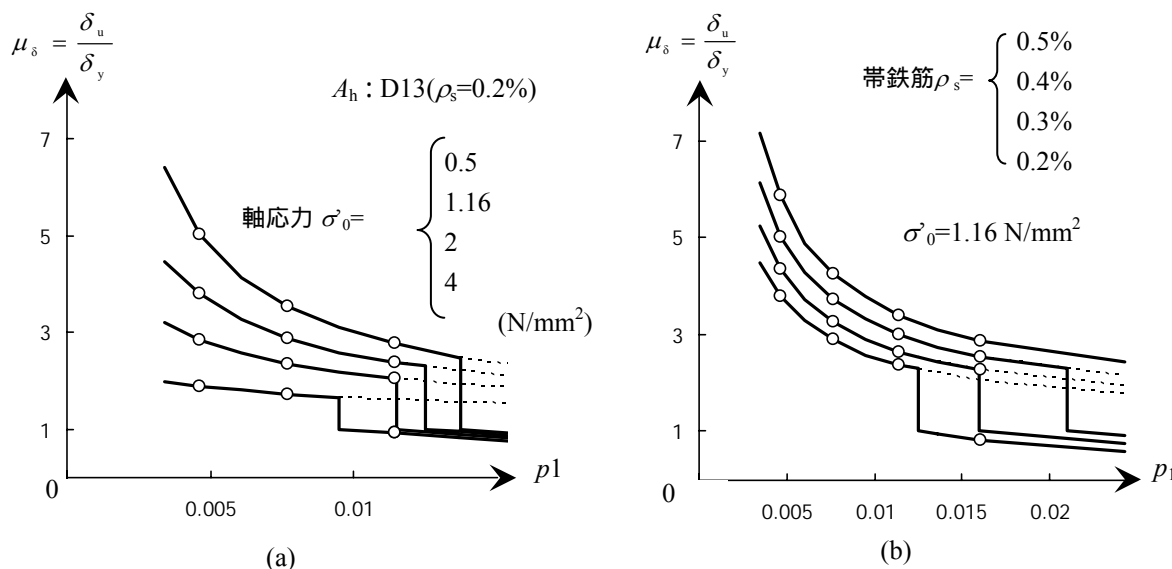


図4 既設橋脚（道路橋 T 型単柱橋脚）の保有靱性に関するシミュレーション

さらに、鉄筋比と靱性率の関係を図4に整理した。

- ・ 図4右図：保有靱性率 μ と主鉄筋比 p_1 との関係（軸応力 σ_0 をパラメータ）
主鉄筋 p_1 の増大とともに、靱性率 $\mu (= \delta_y / \delta_u)$ は減少し、ある時点から、せん断破壊となり、靱性率は1を下回る。また、軸応力の増大は、靱性率の低下と早期のせん断破壊を招くことになる。
- ・ 図4右図：保有靱性率 μ と主鉄筋比 p_1 との関係（帯鉄筋 ρ_s をパラメータ）：
主鉄筋 p_1 の増大により、靱性率 μ が減少する。主鉄筋の増大は、靱性率の低下と早期のせん断破壊に繋がる。

両図とも、軸方向筋または軸応力の増加とともに、靱性率は減少することを定量的に読み取ることができ、また、どのような場合もせん断耐力 P_{s0} を超えることはない。

上記の考察は、これまでの耐震性能評価における知見とほぼ合致するもので、本例により具体的/数値的に理解できたと言える。なお、先述のとおり、基準モデルの橋脚は、兵庫県南部地震による示方書改定前の旧示方書に準拠するもので、例えば、基部での帯鉄筋はかなり貧弱（D13ctc150mm(内外ダブル配筋)、帯鉄筋体積比 $\rho_s=0.2\%$ ）であり、耐震性は低いことを付記する。

4. 部材靱性率と応答靱性率

さて、このようにして得られた部材靱性率は、外的作用（地震動）から定まる応答塑性率と対比され、耐震設計がなされる。いわゆる、変位法による耐震設計（displacement-based seismic design）として、基本的考え方を付記したい。

ここで、まずは、この2つの用語の定義を再確認する。

- ・部材靱性率：その部材が崩壊するときの終局変位。部材の最大変形能力。
- ・応答塑性率：ある地震荷重による応答変位。通例、最大変位を考える。

これらは、部材降伏変位にて除し、正規化して用いる（ここでは、概念と手順を示すもので、記号は敢えて用いない）。

- ・部材靱性率 = 終局変位/降伏変位
- ・応答塑性率 = 最大応答変位/降伏変位

上記2量はいずれも1以上の数値であり、部材靱性率= ductility capacity、応答塑性率= ductility demand、のよう
に呼称/対比させると理解しやすい。

そして、最終的に耐震性照査では、次式によって判定される。

- ・応答塑性率 < 部材靱性率：OK 安全、崩壊しない
- ・応答塑性率 > 部材靱性率：NG 危険、崩壊する

以上は、変位法による耐震設計（靱性設計）の基本的な流れを示したものであるが、破壊モードが曲げ破壊（せん断破壊が回避される）、構造細目が満足されている、ことなどを前提としていることは、言わずもがなである。

【参考文献】

- [1] 鉄道総合技術研究所 編：鉄道構造物等設計標準・同解説 コンクリート構造物，平成 16 年 4 月，丸善
- [2] 日本道路協会：既設道路橋の耐震補強に関する参考資料，2 鉄筋コンクリート橋脚の耐震補強例，平成 9 年 8 月